

ビジネスパーソン必須の統計的思考法-1

2022年9月8日



本日の内容

・統計的意思決定法

費用と期待利得を確率的に考え、最大期待利得に基づき意思を決定する方法

・階層化意思決定法

複数の候補から選択する場合において、複数の評価基準から最適な優先順位の決定を行う方法

確率

10本のくじ、1本が当たり、当たる確率 $1/10$ （10%）

10回引いて1回以上当たる確率は？

- ①50%未満 ②50～60% ③60～70%
④70～80% ⑤90%～100%

10回引いて10回とも外れる確率を1から引く

1回目に外れる確率 $9/10$ （0.9）

2回目も外れる確率 $0.9 \times 0.9 = 0.81$

10回全部外れる確率 $0.9^{10} = 0.3486$

（答） $1 - 0.3486 = 0.6514$ （65.1%）

統計的意思決定法

◇あるスポーツの試合

アイスクリーム、ホットドッグのいずれの場内販売権を選択すべきか。

当日の天候の確率：晴れ0.7、曇り0.2、雨0.1

利得表

天気	場内販売	
	アイスクリーム	ホットドッグ
晴	300	200
曇り	100	200
雨	-50	100

期待利得を求める

期待利得表

$$\text{期待利得} = \text{利得} \times \text{確率}$$

万円

天気	確率	アイスクリーム		ホットドッグ	
		利得	期待利得	利得	期待利得
晴れ	0.7	300	210	200	140
くもり	0.2	100	20	200	40
雨	0.1	-50	-5	100	10
計	1.0		225		190

アイスクリームの期待利得 : 225万円

ホットドッグの期待利得 : 190万円

⇒ アイスクリームの販売権を選択

期待利得表

$$\text{期待利得} = \text{利得} \times \text{確率}$$

万円

天気	確率	アイスクリーム		ホットドッグ	
		利得	期待利得	利得	期待利得
晴れ	0.5	300	150	200	100
くもり	0.2	100	20	200	40
雨	0.3	-50	-15	100	30
計	1.0		155		170

アイスクリームの期待利得 : 155万円

ホットドッグの期待利得 : 170万円

⇒ ホットドッグの販売権を選択

◇あるイベント

雨が降らなければ、2000万円の純益
もし雨が降れば、200万円の純益

主催者は、費用500万円をかけて、雨天の場合の
損失補償（2000万円）の保険を契約すべきか？

但し、過去の記録から雨天の確率は20%

期待利得を求める

①利得表を作成

万円

天気	行動	
	保険を契約	保険を契約せず
晴・曇 雨	1500	2000
	1700	200

注) $1500 = 2000 - 500$
 $1700 = 2000 - 500 + 200$

②期待利得表を作成

$$\text{期待利得} = \text{利得} \times \text{確率}$$

万円

天気	確率	保険契約		保険契約せず	
		利得	期待利得	利得	期待利得
晴・曇	0.8	1500	1200	2000	1600
雨	0.2	1700	340	200	40
計	1.0		1540		1640

$$1500 \times 0.8 = 1200 \quad 2000 \times 0.8 = 1600$$

$$1700 \times 0.2 = 340 \quad 200 \times 0.2 = 40$$

保険契約したときの期待利得 : 1540万円

保険を契約しないときの期待利得 : 1640万円

保険を契約しない方が100万円高い利得が期待できる。

◇あるイベント

雨が降らなければ2000万円の純益

もし雨が降れば200万円の純益

主催者は、費用500万円をかけて、雨天の場合の
損失補償（2000万円）の保険を契約をすべきか。
（過去の記録から雨天の確率は20%）

気象専門会社の天気予想サービスを、費用20万円
をかけても利用すべきか？

（この会社の的中率は過去の記録によれば70%）

予報に従う（予報が雨のときのみ保険を契約）行動
が増える

期待利得表を作成

		確率	保険契約		契約せず		万円
事象	予報		利得	期待利得	利得	期待利得	予報に従う 期待利得
晴・曇	晴・曇	$0.8 \times 0.7 = 0.56$	1500	840	2000	1120	1120
晴・曇	雨	$0.8 \times 0.3 = 0.24$	1500	360	2000	480	360
雨	晴・曇	$0.2 \times 0.3 = 0.06$	1700	102	200	12	12
雨	雨	$0.2 \times 0.7 = 0.14$	1700	238	200	28	238
計		1.00	1540		1640		1730

$$1500 \times 0.56 + 1500 \times 0.24 + 1700 \times 0.06 + 1700 \times 0.14 = 1540$$

$$2000 \times 0.56 + 2000 \times 0.24 + 200 \times 0.06 + 200 \times 0.14 = 1640$$

予報に従う：予報が雨のときに保険を契約する

予報に従う場合の増加期待利得：1730-1640=90万円増加
 気象予報サービスの費用：20万円 < 90万円
 ⇒ 気象予報サービスを利用

統計的意思決定法のまとめ

- 1) 事象・選択肢を整理する。
- 2) 各選択肢における利得表を作成する。
- 3) 事象別確率を求める。
- 4) 各選択肢における期待利得表を作成する。
- 5) 最も期待利得の高い選択肢を採用する。

平均

算術平均（相加平均）

(1) 1,2,3,4,5 の平均は？

$$(1+2+3+4+5) \div 5 = 3$$

AVERAGE

B11		<i>fx</i>	=AVERAGE(B3:B9)		
	A	B	C	D	
1		単位: 億円			
2	支店	売上高			
3	北海道	121			
4	東北	213			
5	関東	1,452			
6	中部	417			
7	関西	912			
8	九州	332			
9	沖縄	28			
10	合計	3,475			
11	平均	496			
12					
13					
14					

幾何平均（相乗平均）

◇ある会社の年度別売上高。平均伸び率は？

(億円)					
年度	売上高	2019～2020	20%	↑	(1.2倍)
2019	100	2020～2021	30%	↑	(1.3倍)
2020	120	(20%+30%) ÷ 2 = 25% ?			
2021	156				

$$100 \times 1.25 \times 1.25 = 156.25$$

比率の平均に算術平均は使用できない

1.2と1.3の幾何平均は、

$$\sqrt{1.2 \times 1.3} = 1.2489\dots$$

$$100 \times 1.2489\dots \times 1.2489\dots = 156$$

$$\text{2つの幾何平均} \quad \sqrt{a \times b}$$

$$\text{4つの幾何平均} \quad \sqrt[4]{a \times b \times c \times d}$$

◇ある商品を価格300円で発売し、その後3回値上げをした。
値上げ率の平均は？

	価格
発売価格	300
1回目	350
2回目	380
3回目	420

	値上げ率
1回目	1.167
2回目	1.086
3回目	1.105

$$\sqrt[3]{1.167 \times 1.086 \times 1.105} = 1.1187$$

GEOMEAN (幾何平均)

B5 × ✓ <i>f_x</i> =GEOMEAN(B3:B4)			
	A	B	C
1			
2		伸び率	
3	2020/2019	1.2	
4	2021/2020	1.3	
5	幾何平均	1.2489996	
6			

B6 × ✓ <i>f_x</i> =GEOMEAN(B3:B5)			
	A	B	C
1			
2		値上げ率	
3	1回目	1.167	
4	2回目	1.086	
5	3回目	1.105	
6	幾何平均	1.1186889	
7			

幾何平均は比率の合理的な平均値であり、比率、指数等の平均においては、算術平均より優れる。

◇ある事業部の売上高推移。伸び率の平均は？

年度	売上高	対前年比率
2014	29,306	
2015	31,298	1.068
2016	34,536	1.103
2017	33,971	0.984
2018	35,829	1.055
2019	36,747	1.026
2020	36,886	1.004
2021	38,925	1.055

C11				
	A	B	C	D
1		売上高	対前年比率	
2	2014	29,306		
3	2015	31,298	1.068	
4	2016	34,536	1.103	
5	2017	33,971	0.984	
6	2018	35,829	1.055	
7	2019	36,747	1.026	
8	2020	36,886	1.004	
9	2021	38,925	1.055	
10	算術平均		1.042	
11	幾何平均		1.041	
12				

◇2014年度の売上高を変更

C11				
	A	B	C	D
1		売上高	対前年比率	
2	2014	12,345		
3	2015	31,298	2.535	
4	2016	34,536	1.103	
5	2017	33,971	0.984	
6	2018	35,829	1.055	
7	2019	36,747	1.026	
8	2020	36,886	1.004	
9	2021	38,925	1.055	
10	算術平均		1.252	
11	幾何平均		1.178	

算術平均 = 1.252
幾何平均 = 1.178

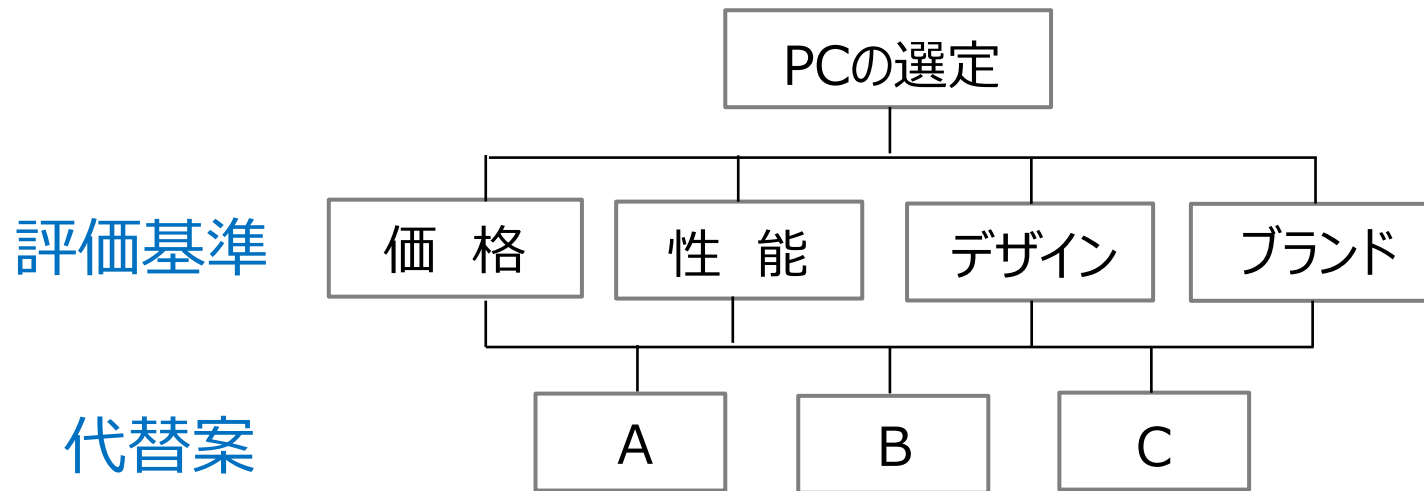
階層化意思決定法 (Analytic Hierarchy Process)

- ・複数の選択肢から、最も重要なものの決定
優劣の順位を決める意思決定法
- ・米国のサーティ教授が開発

人間の判断を数量化できる

◇購入するPCの選定

評価基準と代替案にレベル分け、階層構造として表現



- 1) 評価基準のウェイト（重要度）を設定する。
- 2) 評価基準ごとに代替案のウェイト（重要度）を設定する。
- 3) 2つのウェイトを基に選定する。

一対比較法

- 多数の対象を、2つずつ一対にして比較する方法
- 食品の味や香水の匂い、車の乗り心地など

例) AとBを比較

Aの方が「重要」のとき、Aの評価3点

Bの方が「重要」のとき、Bの評価1/3 (0.333) 点

<点数表>

AとBの比較	点数
AとBが同じ程度	1
Aの方がやや重要	2
Aの方が重要	3
Aの方がかなり重要	4
Aの方が極めて重要	5

* 7段階、9段階も良く使用される

(1) 評価基準のウェイトを求める。

- ①評価基準（価格、性能、デザイン、ブランド）
について、相互比較による一対比較表を作成する。

	価格	性能	デザイン	ブランド
価格	1	1/3	3	5
性能		1	4	5
デザイン			1	3
ブランド				1

②行列の反対側に逆数を入力する。

	価格	性能	デザイン	ブランド
価格	1	1/3	3	5
性能	3	1	4	5
デザイン	1/3	1/4	1	3
ブランド	1/5	1/5	1/3	1

評価基準（価格、性能、デザイン、ブランド）の意思決定に対する重要度を算出する。

③各評価基準の幾何平均を算出する。

	価格	性能	デザイン	ブランド	幾何平均
価格	1	0.333	3	5	1.495
性能	3	1	4	5	2.783
デザイン	0.333	0.250	1	3	0.707
ブランド	0.200	0.200	0.333	1	0.340

$$\sqrt[4]{1 \times 0.333 \times 3 \times 5} = 1.495$$

$$\sqrt[4]{3 \times 1 \times 4 \times 5} = 2.783$$

$$\sqrt[4]{0.333 \times 0.250 \times 1 \times 3} = 0.707$$

$$\sqrt[4]{0.200 \times 0.200 \times 0.333 \times 1} = 0.340$$

各評価基準の幾何平均から重要度を求める

④各評価基準のウェイト（構成比）を求める。

	価格	性能	デザイン	ブランド	幾何平均	ウェイト
価格	1	0.333	3	5	1.495	0.281
性能	3	1	4	5	2.783	0.523
デザイン	0.333	0.250	1	3	0.707	0.133
ブランド	0.200	0.200	0.333	1	0.340	0.064
計					5.325	1.000

$$1.495 \div 5.325 = 0.281$$

$$2.783 \div 5.325 = 0.523$$

$$0.707 \div 5.325 = 0.133$$

$$0.340 \div 5.325 = 0.064$$

各評価基準のウェイトから重要度を求める

(2) 各評価基準ごとに、PCを相互比較しウェイトを求める。

一対比較、幾何平均、ウェイトの作成。

価格

	A	B	C	幾何平均	ウェイト
A	1	2	3	1.817	0.528
B	0.500	1	3	1.145	0.332
C	0.333	0.333	1	0.481	0.140
計				3.443	1.000

性能

	A	B	C	幾何平均	ウェイト
A	1	0.333	0.500	0.550	0.147
B	3	1	5	2.466	0.657
C	2	0.200	1	0.737	0.196

デザイン

	A	B	C	幾何平均	ウェイト
A	1	3	2	1.817	0.540
B	0.333	1	0.500	0.550	0.163
C	0.500	2	1	1.000	0.297
計				3.367	1.000

ブランド

	A	B	C	幾何平均	ウェイト
A	1	2	2	1.587	0.483
B	0.500	1	3	1.145	0.349
C	0.500	0.333	1	0.550	0.168
計				3.282	1.000

(3) 評価基準のウェイト、評価基準毎の各PCのウェイトからPCの総合評価を求める。

<ウェイト>	
	評価基準
価格	0.281
性能	0.523
デザイン	0.133
ブランド	0.064

<ウェイト>				
	価格	性能	デザイン	ブランド
A	0.528	0.147	0.540	0.483
B	0.332	0.657	0.163	0.349
C	0.140	0.196	0.297	0.168

各PCの総合評価

$$A : 0.528 \times 0.281 + 0.147 \times 0.523 + 0.540 \times 0.133 + 0.483 \times 0.064 = 0.327$$

$$B : 0.332 \times 0.281 + 0.657 \times 0.523 + 0.163 \times 0.133 + 0.349 \times 0.064 = 0.481$$

$$C : 0.140 \times 0.281 + 0.196 \times 0.523 + 0.297 \times 0.133 + 0.168 \times 0.064 = 0.192$$

Bを選択！

◇街路樹の選定（商店街・大通り）

・評価基準

強健度（耐寒、耐暑、排ガス・・・）

樹形（整然として見えるか・・・）

季節感（季節による変化・・・）

緑化率（緑のボリューム・・・）

・代替案

サクラ、クスノキ、イチョウ、スギ

- 1) 評価基準のウェイトを求める。
- 2) 代替案ごとにウェイトを求める。
- 3) 2つのウェイトを基に選定する。

1) 評価基準のウェイトを求める。

商店街と大通りでは異なる

・商店街の場合

	ウェイト
強健度	0.221
樹形	0.145
季節感	0.566
緑化率	0.068

・大通りの場合

	ウェイト
強健度	0.511
樹形	0.088
季節感	0.141
緑化率	0.260

- 2) 代替案ごとにウェイトを求める。
- 3) 2つのウェイトから総合点を求める。

・商店街の場合

	強健度	樹形	季節感	緑化率	総合点
ウェイト	0.221	0.145	0.566	0.068	
サクラ	0.061	0.090	0.511	0.411	0.344
クスノキ	0.185	0.248	0.088	0.063	0.131
イチョウ	0.443	0.162	0.360	0.168	0.337
スギ	0.234	0.088	0.041	0.104	0.095

$$\begin{aligned} \text{サクラ} &: 0.061 \times 0.221 + 0.090 \times 0.145 + 0.511 \times 0.566 + 0.411 \times 0.068 \\ &= 0.344 \end{aligned}$$

・大通りの場合

	強健度	樹形	季節感	緑化率	総合点
ウェイト	0.511	0.088	0.141	0.260	
サクラ	0.061	0.090	0.511	0.411	0.218
クスノキ	0.185	0.248	0.088	0.063	0.145
イチョウ	0.443	0.162	0.360	0.168	0.335
スギ	0.234	0.088	0.041	0.104	0.160

$$\begin{aligned} \text{サクラ} &: 0.061 \times 0.511 + 0.090 \times 0.088 + 0.511 \times 0.141 + 0.411 \times 0.260 \\ &= 0.218 \end{aligned}$$

階層化意思決定法（AHP）のまとめ

- 1) 階層構造（評価基準、代替案）の設定。
- 2) 評価基準相互比較によるウェイトの算出。
- 3) 評価基準ごとに、代替案相互比較によるウェイトの算出。
- 4) 評価基準のウェイトと、代替案のウェイトから総合評価を求める。

まとめ

- 統計的意思決定法
期待値（期待利得：利得×確率）
- 平均
算術平均、幾何平均
- 階層化意思決定法（AHP）
評価基準のウェイト×代替案のウェイト